

読んで考えよう

公立中高一貫校 合格力講座

算数問題編 ⑫

歯車の回転を考えよう その2



執筆・早稲田進学会(上田竜夫) イラスト・はしあさこ

今回は、歯車の回転を考える問題(その2)です。前回(12月12日付)取り上げた問題の続きです。

挑戦 川崎市立川崎高等学校附属中学校 2021年度 適性検査IIから抜粋 (一部改変)

たろうさんとけいこ先生が話をしています。次の会話文を読んで、あとの問題1～問題3に答えましょう。

(説明書)

- 歯車にあいている穴の1つにペン先を差しこみ、歯をかみ合わせながら、歯車を回転させ、わくの内側にそって進めると、模様をかくことができます。

けいこ先生: では、歯数120のわくと歯数36の歯車の場合も調べてみましょう。

たろうさん: スタートのところから回転させてアのところまで1つ目の花びらができます。これは歯車が約1回転したところです。次にイのところまで2つ目の花びらができます。これは歯車が約2回転したところです。これをくり返して歯車がわくを1周まわると【図1】のようになります。……あれっ、かき始めとつながりません。

けいこ先生: そうですね。花びらが3枚できている理由はわかりますか。

たろうさん: (あ) がわかれば、その数が花びらの枚数だと思います。

けいこ先生: そうですね、【図1】は歯車がわくを1周まわったところだといえますね。実際に計算してみましょう。

たろうさん: 歯数36の歯車が、歯数120のわくを1周まわったとき、(あ) を考えればよいから……えっと

$$120 \div 36 = \frac{120}{36} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

だから、 $3\frac{1}{3}$ 回転ですね。だから【図1】では、花びらが3枚できているのですね。

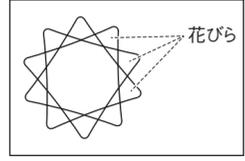
問題1 (あ) には同じ言葉があてはまります。あてはまる言葉を書きましょう。

けいこ先生: そうです。【図1】は、わくを1周まわる間に歯車が $3\frac{1}{3}$ 回転した状態と言えますね。数が整数になっていないから、歯車の穴の位置がかき始めた位置に戻っていないと考えられます。

たろうさん: そうか。ということは、わくを何周かまわって、そのときの歯車の回転数が整数になっていれば、かき始めた位置にちょうど戻って模様地完成するということですね。よし、このまま何周かまわしてみます。

けいこ先生: ……どうですか。模様は完成しましたか。

たろうさん: 【図2】のような模様が完成しました。歯車がわくを3周まわったところで完成して、花びらは10枚できました。



けいこ先生: 実はわくと歯車の歯数がわかれば、何周で完成するのか、花びらが何枚になるのかも求められるのです。たろうさんも考えてみてください。説明できますか。

たろうさん: 歯車の穴がかき始めた位置に戻ると完成するのだから、まずはわくを何周で完成するかという

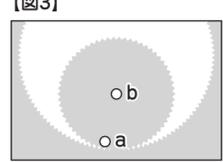
(い) _____

次に、歯車が何回転したかという、

(う) _____

問題2 (い) には、わくを3周まわると完成する理由の説明が、(う) には、歯車が10回転する理由の説明が入ります。算数で学習した用語を用いて、あてはまる説明を書きましょう。

けいこ先生: これまでは、【図3】の歯車の外側aにペンを入れて模様をかきましたが、もし、歯車の中心bにペンを入れてかいたら、どのような模様ができるかわかりますか。



たろうさん: あっ、円になりますね。

けいこ先生: その通り。どのように考えたのですか。

たろうさん: 一輪車で考えました。歯車の中心にある穴を使うと

いうことは、バルブが通った位置ではなく、(え) の位置を線でかき残した場合を考えればよいと思いました。そのときのかき残した線は(お) になり、それを丸めるのだから円になると思いました。

けいこ先生: 一輪車と関連付けて考えるとわかりやすいですね。

問題3 たろうさんは、歯車の中心にある穴を使ってかいた模様が円になる理由を説明しています。(え) と(お) にあてはまる言葉を書きましょう。

と解いてみよう

歯車の歯数とわくの歯数に着目して考えよう。

解説

問題1 歯数36の歯車が歯数120のわくをまわるとき、歯車1周分の歯数36個進んだ【図1】のアのところまで約1回転し、花びらが1枚できます。歯車の歯数とわくの歯数から、わくを1周まわる間に進む歯数は $120 \div 36 = 3\frac{1}{3}$ より歯車 $3\frac{1}{3}$ 周分です。歯車は約 $3\frac{1}{3}$ 回転し、花びらが3枚できます。

問題2 歯数120のわくを何周かまわると、歯車の回転数が整数になり、かき始めた位置にちょうどもどります。このとき、歯車は1周分の歯数36の倍数の歯数を進んでいます。わくの歯数120と歯車の歯数36の最小公倍数を考えるとわかりますね。

問題3 歯車の中心bにペンを入れて模様をかくと、歯車の中心bからわくまでの距離は一定です。わくが直線なら模様も直線、わくが円なら模様も円となりますね。

解答例

- 問題1 (あ) 歯車が何回転しているか など
- 問題2 (い) わくの歯数120と歯車の歯数36の最小公倍数である360をわくの歯数120で割ることで求められる など (う) わくの歯数120と歯車の歯数36の最小公倍数である360を歯車の歯数36で割ることで求められる など
- 問題3 (え) タイヤの中心 (お) 直線