



執筆・早稲田進学会(上田竜夫) イラスト・青山ゆういち

今回は、約数と倍数を利用して考える問題です。



神奈川県立中等教育学校 2019年度
適性検査IIから抜粋(一部改変)

かなこさんは、算数の授業で、石並べを行いました。次の問題1～問題2の各問いに答えましょう。

問題1 次の【会話文】を読んで、下線部「何番めに白を並べたか」について考え、その番号をすべて書きましょう。

【会話文】

先生 「【図1】のように、白と黒に分かれている円柱の形をした石を使って、石並べをします。例えば、【図2】のように石7個を1列に並べ、【条件1】に従って点数を数えた場合は合計で何点ですか。」

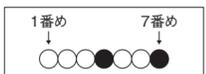
かなこ 「1番めは1点、2番めは2点、3番めは3点、4番めは5点、5番めは1点、6番めは2点、7番めは0点で、合計14点になります。」

先生 「次に、【図3】のように石10個を左から1列に並べ、その列に、11番めに白、12番めに白を追加した場合は28点になります。また、11番めに白、12番めに黒を追加した場合は27点になります。このとき、1番めから5番めまでの石のうち、何番めに白を並べたか、わかりますか。」

【図1】石を真上の方向↓から見た場合



【図2】



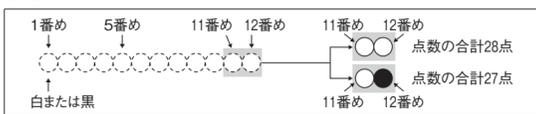
【条件1】

- 1列に並べた石の数は、左から1番め、2番め、3番め、…などの連続した番号(1、2、3、…)で数えていきます。
- 石を、1個も並べない場合は0点とします。
- 白を1個並べた場合は1点とします。白が連続した場合、2番めは2点、3番めは3点のように個数が1つ増えるたびに、点数が1点ずつ増えていきます。
- 黒を並べた場合の点数は0点または5点とします。0点となるのは、奇数番め(1番め、3番め、5番め、…)に並べた場合とします。5点となるのは、偶数番め(2番め、4番め、6番め、…)に並べた場合とします。
- 最後に、並べた石の点数の合計を計算します。

算数問題編⑤

約数と倍数を利用して考えよう

【図3】

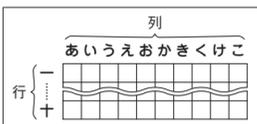


問題2 次に20個の石を【条件2】に従って並べました。この石並べが終わったとき、黒い石に書かれた数をすべてたすといくつになるか、合計した数を書きましょう。

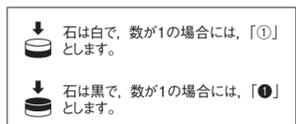
【条件2】

- 石を並べる紙は、【100マスの紙】のように「一」～「十」の行と「あ」～「こ」の列があり、全部で100マスあります。
- 【図4】のように石の両面には、同じ数が書かれています。また、20個の石には1～20の数がそれぞれ書かれており、①と②は「6」、③と④は「9」です。
- 【並べ方】の⑦～⑩の順番に従って石並べを行います。

【100マスの紙】



【図4】1個の石を真上の方向↓から見た場合



【並べ方】

- ⑦ 【図5】のように「一」と「二」の行に、①～⑩を並べます。
- ⑧ 【図5】の「二」の行にある石をすべてひっくり返し、【図6】のようにします。
- ⑨ 【図6】の石の色はそのまま、並べる行を1行増やし、「一」～「三」の行に並べかえ、【図7】のようにします。
- ⑩ 【図7】の「三」の行にある石をすべてひっくり返し、【図8】のようにします。
- ⑪ さらに、並べる行を1行増やし、石の色はそのまま並べかえ、増やした行にある石をすべてひっくり返します。
- ⑫ ⑪を「十」の行まで続けます。

【図5】



【図6】



【図7】



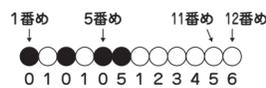
【図8】



約数・倍数に着目して考えよう。



問題1 12番めに黒を追加したとき、12番めの黒の点数は5点です。また、12番めに白を追加したときの合計28点が、12番めに黒を追加したときの合計27点より1点多いことから、12番めの白の得点は6点です。これより、7番めから11番めまで5個連続で白の石が並んでいて、6番めは黒であることがわかります。12番めに白を並べた場合で考えると、6番めから12番めまでの合計点数は、(5+1+2+3+4+5+6=)26点となり、1番めから5番めまでの合計得点は(28-26=)2点です。黒を奇数番めに並べたときの得点が0点ですので、1番めから12番めまでの並べ方と得点は次のようになります。



問題2 【図5】の「二」の行にある石をすべてひっくり返すと、2の倍数が書かれている石をひっくり返します。つまり、約数に2がある数が書かれている石の白と黒の色が反転します。これより、石に書かれている数の約数のうち2～10の約数の個数と石の白と黒の色が反転する回数が等しくなることがわかります。そこで、1～20の数の約数を調べ、2～10の約数にある個数で分類します。(○のついた数が2～10の約数です。)

- ・ 2～10の約数が0個
 - 1...1
 - 11...1, 11
 - 13...1, 13
 - 17...1, 17
 - 19...1, 19
- ・ 2～10の約数が1個
 - 2...1, ②
 - 3...1, ③
 - 5...1, ⑤
 - 7...1, ⑦
- ・ 2～10の約数が2個
 - 4...1, ②, ④
 - 9...1, ③, ⑨
 - 14...1, ②, ⑦, 14
 - 15...1, ③, ⑤, 15
- ・ 2～10の約数が3個
 - 6=1, ②, ③, ⑥
 - 8=1, ②, ④, ⑧
 - 10=1, ②, ⑤, ⑩
 - 16=1, ②, ④, ⑧, 16
- ・ 2～10の約数が4個
 - 12...1, ②, ③, ④, ⑥, 12
 - 18...1, ②, ③, ⑥, ⑨, 18
 - 20...1, ②, ④, ⑤, ⑩, 20

また、【並べ方】に従って石並べが終わったとき、奇数回ひっくり返した石が黒い石ですので、2～10の約数が1個の2、3、5、7と、2～10の約数が3個の6、8、10、16が書かれた石が黒い石です。合計した数は、(2+3+5+6+7+8+10+16=)57です。



問題1 2、4 **問題2** 57



約数・倍数の性質を上手に利用しよう。

〈水曜に掲載します〉