



2019年度 合格へのこの一問!

執筆・早稲田進学会(上田竜夫) イラスト・青山ゆういち

今回は、約数・倍数を利用して考える問題です。



挑戦! 京都府立福知山高校附属中 2018年度 適性をみる検査Ⅲから抜粋(一部改変)

表裏が白色と黒色のカードが20枚あります。それらのカードの白色の面には、1から20までの数が1つずつかかれており、黒色の面には、白色の面と同じ数が1つずつかかれています。これらのカード20枚を1組としたものを4人がそれぞれ持っています。次の手順により、下に示した操作を4人がそれぞれおこないました。

手順

- 1 それぞれ20枚のカードの中から5枚のカードを選んで白色の面を表にして並べる。
2 それぞれ並べた5枚のカードに対して、下に示した操作①から順に操作⑩までをすべて1回ずつおこなう。
3 操作がすべて終了したとき、黒色の面が表になっているカードの数の合計を得点とする。

操作

- 操作① 1の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作② 2の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作③ 3の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作④ 4の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑤ 5の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑥ 6の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑦ 7の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑧ 8の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑨ 9の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑩ 10の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑪ 11の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑫ 12の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑬ 13の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑭ 14の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑮ 15の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑯ 16の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑰ 17の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑱ 18の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑲ 19の倍数のカードは、すべて裏返す。
操作⑳ 20の倍数のカードは、すべて裏返す。

算数問題編⑧

約数・倍数を利用して考えよう

あきらさんとななみさんは、自分の持っている20枚のカードの中から、次のカードを選びました。

あきらさん 1 2 3 4 5 ななみさん 7 10 12 16 19

あきらさんが選んだカードで、手順により操作をおこなっていき、

操作①終了後 1 2 3 4 5

操作②終了後 1 2 3 4 5

となっていくます。

次の問題1～問題6に答えなさい。

問題1 あきらさんの操作④終了後、黒色の面が表になっているカードの数をすべて答えなさい。

問題2 あきらさんの得点を答えなさい。

問題3 ななみさんの操作⑩終了後、10のカードの表面の色は、何色が答えなさい。また、その理由を答えなさい。

問題4 ななみさんの得点を答えなさい。

さとしさんとあけみさんも、それぞれ自分の持っている20枚のカードの中から5枚を選び、手順により操作をおこないました。

問題5 さとしさんの得点が20点であったとき、選んだ5枚の中に必ずふくまれているカードの数をすべて答えなさい。

問題6 あけみさんの得点について考えます。考えられる最も大きい得点を答えなさい。また、考えられる得点は、全部で何とおりあるか答えなさい。



まず解いてみよう! 約数の個数に着目して考えよう。



解説

問題1 あきらさんが選んだカードで、手順により操作をおこなっていき、操作①では5枚のカードすべてを裏返し、操作②では2の倍数のカードの2と4を裏返します。

操作①終了後 1 2 3 4 5

操作②終了後 1 2 3 4 5

この後、操作③では3の倍数のカードの3、操作④では4の倍数のカードの4を裏返して、操作④終了後のカードは次のようになります。

操作③終了後 1 2 3 4 5

操作④終了後 1 2 3 4 5

これより、操作④終了後、黒色の面が表になっているカードの数は、1と4と5の3枚です。

問題2 問題1で4のカードは、1の倍数のカード、2の倍数のカード、4の倍数のカードにあてはまり、3回裏返しました。これより、カードを裏返す回数は、そのカードの数の約数の個数と同じ

であることがわかります。そこで、1～20の数を約数の個数で分類して、操作④終了後の表面の色を調べると、次のようになります。

- 約数1つ(黒色) ... 1
約数2つ(白色) ... 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19
約数3つ(黒色) ... 4, 9
約数4つ(白色) ... 6, 8, 10, 14, 15
約数5つ(黒色) ... 16
約数6つ(白色) ... 12, 18, 20
※()内の色は、操作④終了後の表面の色。

約数が1つの数は1回、約数が3つの数は3回、約数が5つの数は5回、操作④終了後までにそれぞれ裏返して、操作④終了後は黒色の面が表になります。また、約数が2つの数は2回、約数が4つの数は4回、約数が6つの数は6回、操作④終了後までにそれぞれ裏返して、操作④終了後は白色の面が表になります。以上から、あきらさんが選んだカードで操作④終了後、黒色の面が表になっているカードは、1と4の2枚ですので、得点は(1+4=)5点です。

問題3 10の約数は、10=1x10、2x5より、4つですので、10のカードは操作④終了後までに4回裏返して、操作④終了後の表面の色は白色です。

問題4 ななみさんが選んだカードで操作④終了後に黒色の面が表になっているカードは、16の1枚ですので、得点は16点です。

問題5 問題6 1～20のカードで操作④終了後、黒色の面が表になるカードは、1、4、9、16の4枚です。この4枚のカードの組み合わせで得点が20点になる組み合わせは、4+16=20(点)ですので、さとしさんが選んだ5枚の中に必ずふくまれているカードの数は、4と16の2枚です。

次に、考えられる最も大きい得点は、この4枚のカードすべてがふくまれているときですので、1+4+9+16=30(点)です。また、この4枚のカードの組み合わせから、考えられる得点がわかります。

- 1枚のとき...1点、4点、9点、16点の4とおり。
2枚を組み合わせたとき... (1+4=)5点、(1+9=)10点、(1+16=)17点、(4+9=)13点、(4+16=)20点、(9+16=)25点の6とおり。
3枚を組み合わせたとき... (1+4+9=)14点、(1+4+16=)21点、(1+9+16=)26点、(4+9+16=)29点の4とおり。
4枚すべてのとき...30点の1とおり。
以上から、考えられる得点は、(4+6+4+1=)15とおりです。



解答例

- 問題1 1、4、5
問題2 5(点)
問題3 (表面の色)白(色)
(理由)カードを裏返す回数は、そのカードの数の約数の個数と同じで、10の約数は、1、2、5、10の4つあり、4回裏返すから。
問題4 16(点)
問題5 4、16
問題6 30(点) 15(とおり)